

Экзамен по курсу: "Алгебра и геометрия"

1 курс 1 семестр

Вариант номер 736D 514

1. Для каждого комплексного числа a найдите геометрическое место точек z комплексной плоскости таких, что $|z - \mathbf{i}| + |z + \mathbf{i}| = a$.
2. Найдите ортогональную матрицу, при умножении которой на вектор-столбец $x = [0, 3, 4]^\top$ получается вектор-столбец $y = [5, 0, 0]^\top$.
3. Докажите, что множество комплексных чисел вида $a + b\mathbf{i}$, где \mathbf{i} — мнимая единица, a и b — всевозможные целые числа, является целостным унитарным кольцом (в качестве операций рассматриваются сложение и умножение комплексных чисел), и найдите все делители единицы.
4. Докажите, что если подгруппа H группы S_5 содержит все тройные циклы, то $H = S_5$ или $H = A_5$, где A_5 — подгруппа всех четных подстановок степени 5.